

Corrigé RÉVISION

- Troisième secondaire -
(Chapitre 4)

Relation de Pythagore

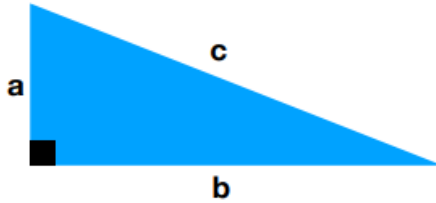
Cathètes : Les deux côtés formant l'angle droit

Hypoténuse : Le côté opposé à l'angle droit

a : Mesure d'une cathète (la plus courte des deux)

b : Mesure d'une cathète (la plus longue des deux)

c : Mesure de l'hypoténuse



Relation de Pythagore

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Autres formules utiles
(plus rapide, non-obligatoire)

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Démontrer si un triangle est rectangle à l'aide de la relation de Pythagore

Ex. : (4, 6, 8) est-il un triangle rectangle ?

$$a^2 + b^2 \stackrel{?}{=} c^2$$

$$4^2 + 6^2 \stackrel{?}{=} 8^2$$

$$16 + 36 \stackrel{?}{=} 64$$

$$52 \neq 64$$

Donc, ce triangle n'est pas rectangle.

La relation de Pythagore et l'algèbre

Ex. : Trouver le périmètre et l'aire de ce triangle



Si $x=6$, alors $2x=12$ u

①

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x^2 + (2x)^2 = \sqrt{180}^2$$

$$x^2 + 4x^2 = 180$$

$$\frac{5x^2}{5} = \frac{180}{5}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ u}$$

②

$$P = 6 + 12 + \sqrt{180}$$

$$P \approx 31,42 \text{ u}$$

③

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = (12 \cdot 6) / 2$$

$$A = 36 \text{ u}^2$$

Les « u » signifient « unités », car ici on ne connaît pas l'unité de mesure utilisée (cm ou m).

#46. Voici les mesures des trois côtés de 7 triangles.

Lesquels sont des triangles rectangles ?

Preuve complète:

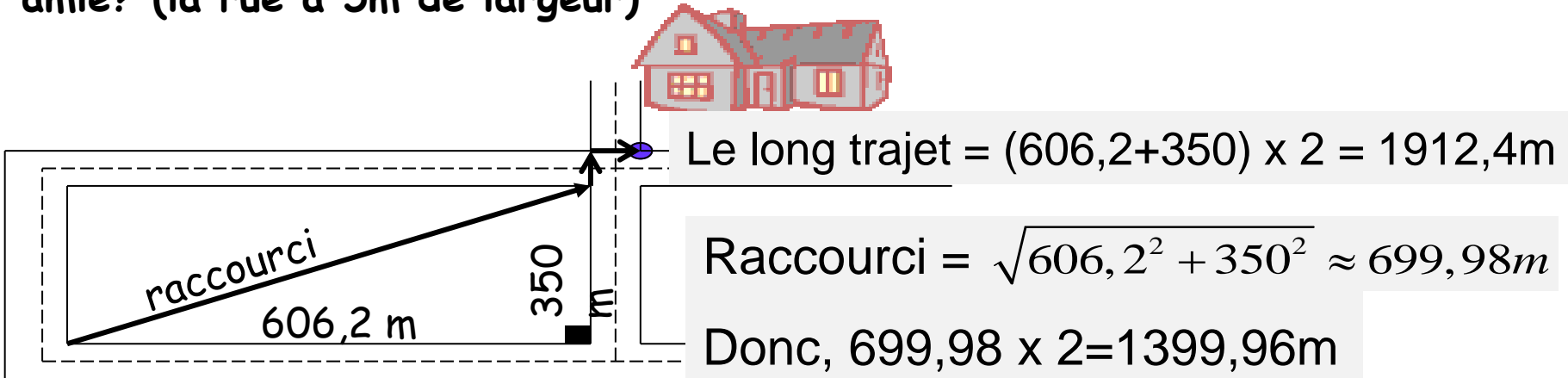
$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &\stackrel{?}{=} c^2 \\ 6^2 + 7^2 &\stackrel{?}{=} 8^2 \\ 36 + 49 &\stackrel{?}{=} 64 \\ 85 &\neq 64 \end{aligned}$$



	Mesures des 3 côtés			ABC est-il un triangle rectangle?	<u>Preuves:</u>
a)	3	4	5	oui	$3^2 + 4^2 = 5^2$
b)	6	7	8	non	$6^2 + 7^2 \neq 8^2$
c)	13	12	5	oui	$5^2 + 12^2 = 13^2$
d)	40	41	9	oui	$9^2 + 40^2 = 41^2$
e)	161	240	289	oui	$161^2 + 240^2 = 289^2$
f)	2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{7}$	oui	$\sqrt{3}^2 + 2^2 = \sqrt{7}^2$
g)	$\sqrt{15}$	7	8	oui	$\sqrt{15}^2 + 7^2 = 8^2$

#47: Pour aller chez son amie Françoise qui vient de vendre sa maison, Ulric utilise un raccourci à travers un terrain vague plutôt que de suivre les rues.

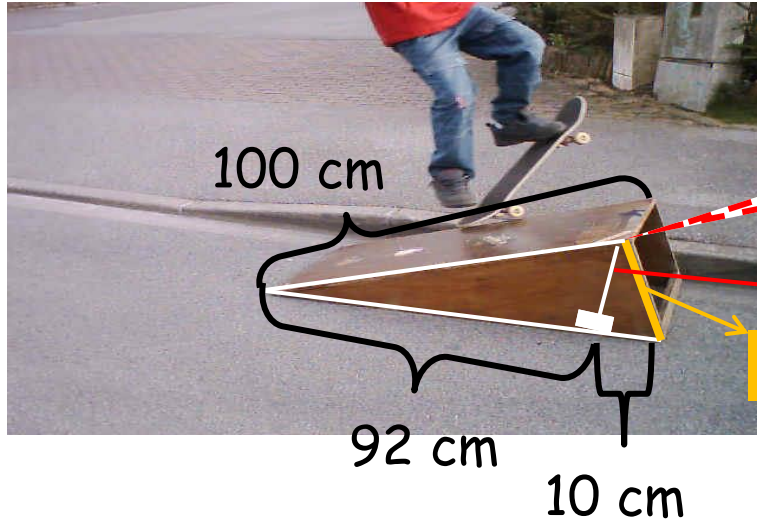
Quelle distance en mètres épargne-t-il ainsi lors d'un aller-retour chez son amie? (la rue a 5m de largeur)



N.B: La traversée de la rue de 5 mètres ne fait aucune différence qu'Ulric prenne ou non le raccourci.

Ulric économise environ $1912,4 - 1399,96 = 512,44\text{m}$

#48: Quelle est la mesure de x sur ce tremplin ?



Attention ! Cet angle ne mesure peut-être pas 90° .

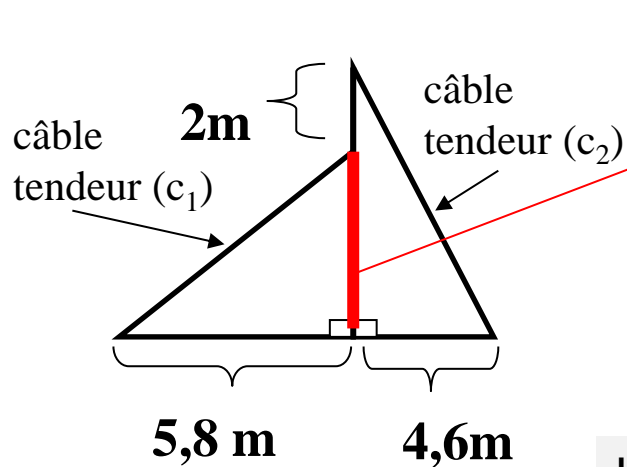
$$\sqrt{100^2 - 92^2} \approx 39,19 \text{ cm}$$

$$x \approx \sqrt{10^2 + 39,19^2} \approx 40,45 \text{ cm}$$

La mesure de x est environ de 40,45 cm.

#49: Le mât du voilier de Sébastien mesure 8 mètres et doit être retenu par deux câbles tendeurs, l'un au sommet et l'autre à 2 m du sommet.

Quelle longueur minimale de câble faudra-t-il qu'il achète pour faire ce travail ?



$$8 - 2 = 6 \text{ m}$$

$$c_1 = \sqrt{6^2 + 5,8^2} \approx 8,35 \text{ m}$$

$$c_2 = \sqrt{8^2 + 4,6^2} \approx 9,23 \text{ m}$$

Longueur totale des câbles $\approx 8,35 + 9,23 \approx 17,58 \text{ m}$

Donc, la longueur du câble doit être d'environ **17,58 m**

#50: Un contenant de peinture a la forme d'un cylindre. La circonférence de ce contenant mesure 12π cm et la hauteur mesure 16 cm. Un bâton de 30 cm de longueur est placé dans ce contenant, comme la figure l'indique ci-dessous.

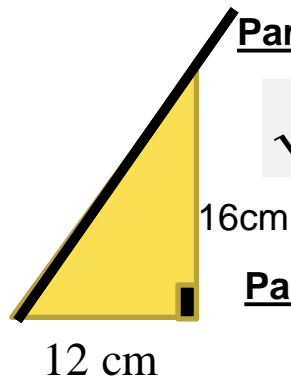
Quelle est la longueur de la partie du bâton située à l'extérieur du contenant ?

Diamètre du contenant:

$$C = \pi d$$

$$12\pi = \pi d$$

$$12 \text{ cm} = d$$

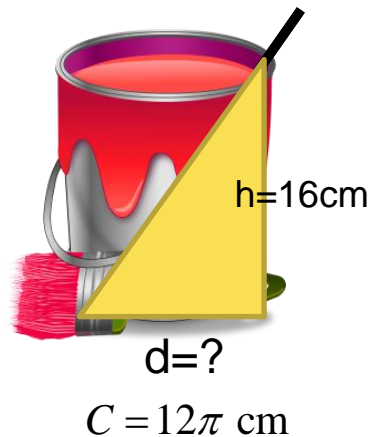


Partie du bâton située à l'intérieur:

$$\sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ cm}$$

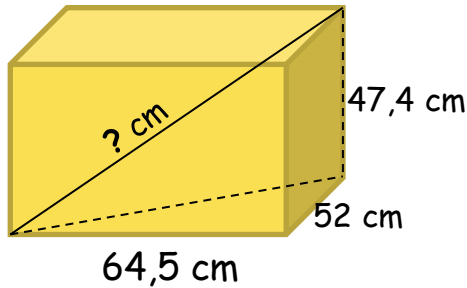
Partie du bâton située à l'extérieur:

$$30 - 20 = 10 \text{ cm}$$



La longueur de la partie du bâton située à l'extérieur du contenant est de 10 cm.

#51: Simon désire faire entrer une baguette dans une boîte. Sachant que la baguette mesure 1 m de long et que les dimensions de la boîte sont de 64,5 cm sur 52 cm sur 47,4 cm, elle se demande si la baguette entrera dans la boîte

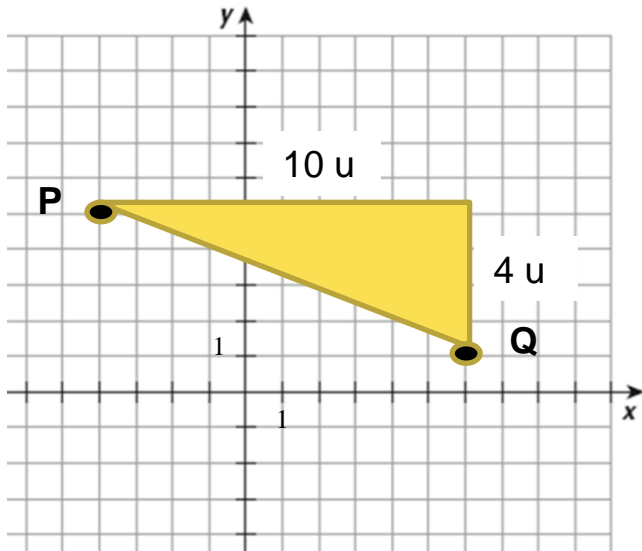


$$\sqrt{64,5^2 + 52^2} = \sqrt{6864,25} \text{ cm ou } \approx 82,85 \text{ cm}$$

$$\sqrt{\sqrt{6864,25}^2 + 47,4^2} = \sqrt{9111,01} \text{ cm ou } \approx 95,45 \text{ cm} = 0,9545 \text{ m}$$

La baguette ne pourra pas entrer dans la boîte car elle est plus longue que sa diagonale.

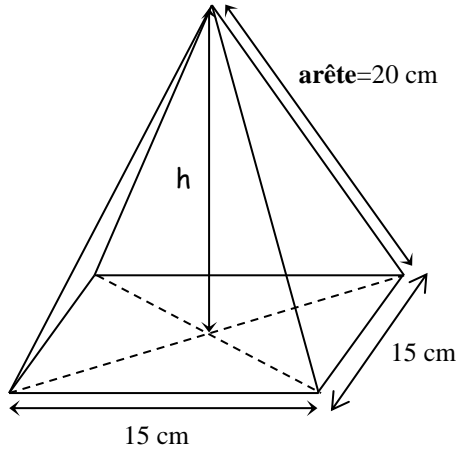
#52: Dans un plan cartésien, quelle est la distance entre les points P(-4,5) et Q(6,1) ?



$$\sqrt{4^2 + 10^2} = \sqrt{116} \text{ u ou } \approx 10,77 \text{ u}$$

La distance qui sépare les points P et Q est d'environ 10,77 unités

#53: Trouve la hauteur (h) de cette pyramide régulière et droite à base carrée?



Diagonale de la base carrée:

$$\sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{450} \text{ cm ou } \approx 21,21 \text{ cm}$$

Moitié de la diagonale de la base carrée:

$$21,21 \div 2 \approx 10,61 \text{ cm}$$

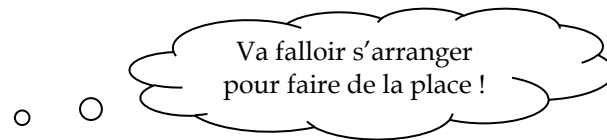
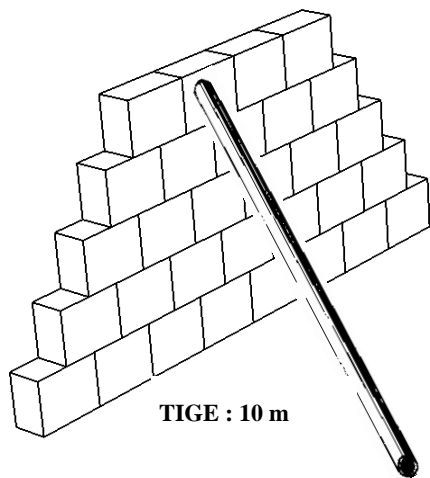
Hauteur de la pyramide:

$$\sqrt{20^2 - 10,61^2} \approx 16,95 \text{ cm}$$

La hauteur de la pyramide est d'environ $\approx 16,95$ cm

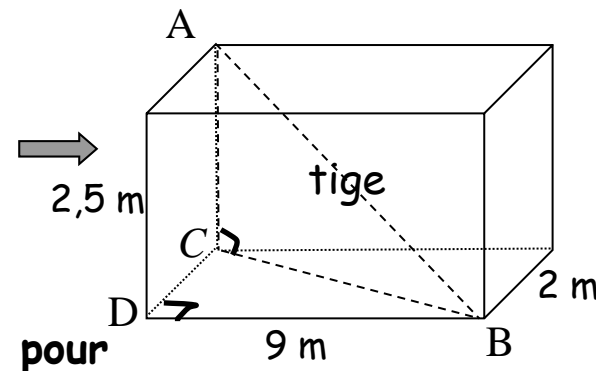
#54: Le camion remorque

La remorque d'un camion à la forme d'un prisme droit à base rectangulaire mesurant 2 m de largeur sur 2,5 m de hauteur sur 9 m de profondeur. On veut se servir de cette remorque pour transporter une tige de métal de 10 m de longueur. Cette tige doit se retrouver entièrement dans la remorque.



Suite... #54: Le camion remorque

Voici le dessin de l'arrière du camion où sera placé la tige. Tu peux t'aider de ce dessin pour représenter les dispositions possibles de la tige dans ce camion.



a) Montre que cette remorque n'est pas adaptée pour effectuer cette tâche.

Diagonale de la base: $m\overline{BC}$

$$\sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85} \text{ m ou } \approx 9,22 \text{ m}$$

largeur = 2 m
hauteur = 2,5 m
profondeur = 9 m

Diagonale du prisme (longueur maximum possible pour placer la tige): $m\overline{AB}$

$$\sqrt{\sqrt{85}^2 + 2,5^2} = \sqrt{91,25} \text{ m ou } \approx 9,55 \text{ m}$$

La remorque n'est pas adaptée pour le transport de cette tige car elle mesure 10m et n'entre pas entièrement dans la boîte arrière du camion qui offre un espace maximum d'environ 9,55 m.

Suite... #54: Le camion remorque

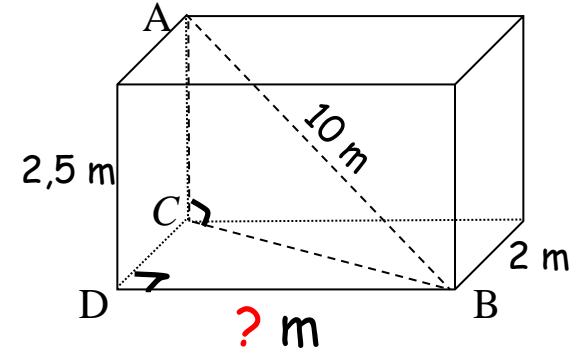
b) Trouve (au centimètre près) la profondeur minimale que la remorque devrait avoir pour effectuer cette tâche sachant que la tige devra mesurer 10 m et que la hauteur et la largeur de la boîte du camion seront les mêmes, soit 2,5 m de hauteur et 2 m de largeur .

Diagonale de la base: $m\overline{BC}$

$$\sqrt{10^2 - 2,5^2} = \sqrt{93,75} \text{ m ou } \approx 9,68 \text{ m}$$

Profondeur minimale de la boîte du camion : $m\overline{BD}$

$$\sqrt{\sqrt{93,75}^2 - 2^2} = \sqrt{89,75} \text{ m ou } \approx 9,473 \text{ m}$$

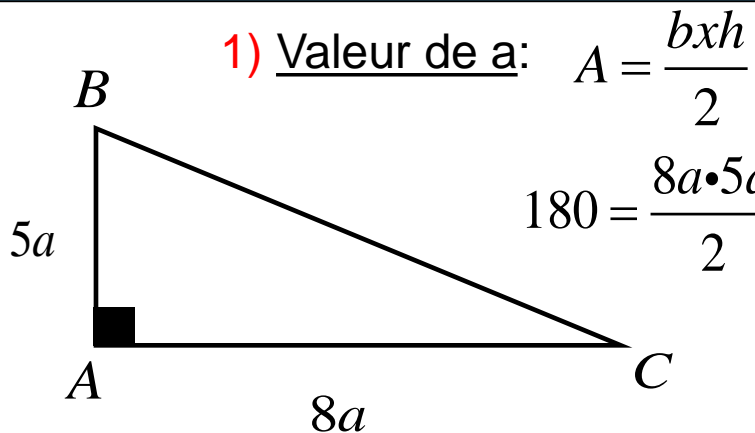


$m\overline{BD}$ en cm:

$$9,473 \times 100 \approx 948 \text{ cm}$$

La profondeur minimale pour le transport d'une tige de 10 m est d'environ 948 cm.

#55: Le triangle rectangle ABC ci-dessous a une aire égale à 180 cm^2 . Si les côtés AB et AC du triangle rectangle mesurent respectivement $5a$ et $8a$, quelle est la valeur numérique, arrondie au dixième près, du périmètre du triangle ABC ?



$$180 = \frac{8a \cdot 5a}{2} \rightarrow 180 = \frac{40a^2}{2} \rightarrow 180 = 20a^2 \rightarrow 9 = a^2 \rightarrow \boxed{3 = a}$$

2) Valeur numérique des cathètes:

Si $a=3$

Mesure segment AB = $5a = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}$

Mesure segment AC = $8a = 8 \times 3 = 24 \text{ cm}$

3) Mesure du segment BC:

$$\sqrt{15^2 + 24^2} = \sqrt{801} \text{ cm ou } \approx 28,30 \text{ cm}$$

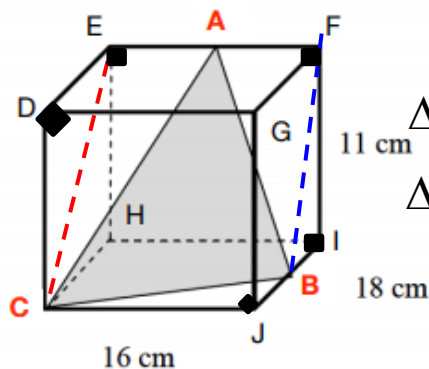
4) Périmètre du triangle:

$$P = \sqrt{801} + 24 + 15 \approx 67,3 \text{ cm}$$

Le périmètre du triangle ABC est d'environ $67,3 \text{ cm}$

#56: Est-ce que le triangle dans ce prisme est rectangle? (Tu dois le démontrer)

Considérez que les sommets du triangle sont soit sur un sommet du prisme, soit au milieu d'une arête.



1) Mesure du segment AC:

$$\triangle CDE: m\overline{CE} = \sqrt{11^2 + 18^2} = \sqrt{445} \text{ cm}$$

$$\triangle ACE: m\overline{AC} = \sqrt{\sqrt{445}^2 + 8^2} = \sqrt{509} \text{ ou } \approx 22,56 \text{ cm}$$

2) Mesure du segment AB:

$$\triangle BFI: m\overline{FB} = \sqrt{9^2 + 11^2} = \sqrt{202} \text{ cm}$$

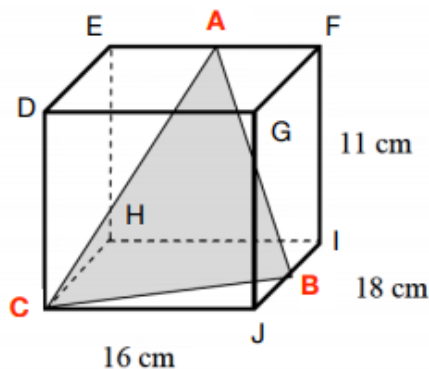
$$\triangle ABF: m\overline{AB} = \sqrt{\sqrt{202}^2 + 8^2} = \sqrt{266} \text{ ou } \approx 16,31 \text{ cm}$$

3) Mesure du segment BC:

$$\triangle BCJ: m\overline{BC} = \sqrt{16^2 + 9^2} = \sqrt{337} \text{ cm ou } \approx 18,36 \text{ cm}$$

Suite... #56: Est-ce que le triangle dans ce prisme est rectangle? (Tu dois le démontrer)

Considérez que les sommets du triangle sont soit sur un sommet du prisme, soit au milieu d'une arête.



Sachant que: $m\overline{AB} = \sqrt{509}$ ou $\approx 22,56$ cm

$m\overline{AC} = \sqrt{266}$ ou $\approx 16,31$ cm

$m\overline{BC} = \sqrt{337}$ ou $\approx 18,36$ cm

Le triangle ABC est-il rectangle:

On doit utiliser les mesures exactes.

$$a^2 + b^2 \stackrel{?}{=} c^2$$

$$\sqrt{266}^2 + \sqrt{337}^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{509}^2$$

$$266 + 337 = 509$$

$$603 \neq 509$$

Le triangle ABC n'est pas rectangle.