

Chapitre 5

L'étude des fonctions



La fonction quadratique

1. Voici les tables de valeurs de deux fonctions quadratiques. Détermine la règle de ces fonctions.

b)

x	$f_2(x)$
2	30
4	120
6	270
8	480
10	750

$$f_2(x) = ax^2$$

$$30 = a(2)^2$$

$$\frac{30}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$$

$$7,5 = a$$

$$f_2(x) = 7,5x^2$$

La fonction quadratique

1. Voici les tables de valeurs de deux fonctions quadratiques. Détermine la règle de ces fonctions.

a)

x	$f_1(x)$
2	-3,2
3	-7,2
4	-12,8
5	-20
6	-28,8

$$f_1(x) = ax^2$$

$$-3,2 = a(2)^2$$

$$\frac{-3,2}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$$

$$-0,8 = a$$

$$f_1(x) = -0,8x^2$$

2. Sachant que $f(x)$ est une fonction quadratique. Trouve la règle de cette fonction et complète la table de valeur.

x	2	3	4		10
f(x)	400		1 600	6 400	

① Trouvons la règle de la fonction

$$f(x) = ax^2$$

$$400 = a(2)^2$$

$$\frac{400}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$$

$$100 = a$$

$$f(x) = 100x^2$$

2. Sachant que $f(x)$ est une fonction quadratique. Trouve la règle de cette fonction et complète la table de valeur. $f(x) = 100x^2$

x	2	3	4	8	10
$f(x)$	400	900	1 600	6 400	10000

$$f(x) = 100x^2$$

$$f(x) = 100(3)^2$$

$$f(x) = 100 \cdot 9$$

$$f(x) = 900$$

$$f(x) = 100x^2$$

$$\frac{6400}{100} = \frac{100x^2}{100}$$

$$64 = x^2$$

$$\sqrt{64} = x$$

$$8 = x$$

$$f(x) = 100x^2$$

$$f(x) = 100(10)^2$$

$$f(x) = 100 \cdot 100$$

$$f(x) = 10\,000$$

La fonction exponentielle

3. Voici les tables de valeurs de deux fonctions exponentielles. Détermine la règle de ces fonctions.

b)

x	$f_3(x)$
1	10
2	5
3	2,5
4	1,25
5	0,625

Facteur multiplicatif

$$b = \frac{5}{10} = \frac{2,5}{5} = \frac{1,25}{2,5} = \dots = 0,5$$

$$f_3(x) = a(b)^x$$

$$f_3(x) = a(0,5)^x$$

$$5 = a(0,5)^2$$

$$\frac{5}{0,25} = \frac{a \cdot 0,25}{0,25}$$

$$20 = a$$

$$f_3(x) = 20(0,5)^x$$

La fonction exponentielle

3. Voici les tables de valeurs de deux fonctions exponentielles. Détermine la règle de ces fonctions.

a)

x	$f_1(x)$
0	3
1	12
2	48
3	192
4	768

Valeur initiale $a = 3$

$$f(x) = a(b)^x$$

$$f(x) = 3(b)^x$$

$$12 = 3(b)^1$$

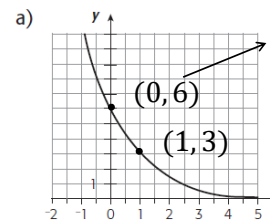
$$\frac{12}{3} = \frac{3b}{3}$$

$$4 = b$$

$$f(x) = 3(4)^x$$

Les fonctions quadratiques et exponentielles

4. Détermine la règle des fonctions quadratiques ou exponentielles représentées ci-dessous. Fonction exponentielle



Valeur initiale $a = 6$

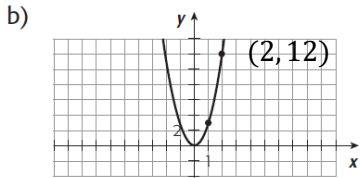
$$b = \frac{3}{6} = 0,5$$

$$f(x) = 6(0,5)^x$$

Les fonctions quadratiques et exponentielles

4. Détermine la règle des fonctions quadratiques ou exponentielles représentées ci-dessous.

Fonction quadratique



$$f(x) = ax^2$$

$$12 = a(2)^2$$

$$\frac{12}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$$

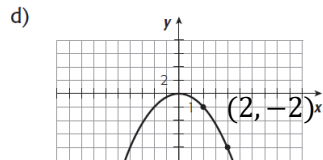
$$3 = a$$

$$f(x) = 3x^2$$

Les fonctions quadratiques et exponentielles

4. Détermine la règle des fonctions quadratiques ou exponentielles représentées ci-dessous.

Fonction quadratique



$$f(x) = ax^2$$

$$-2 = a(2)^2$$

$$\frac{-2}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$$

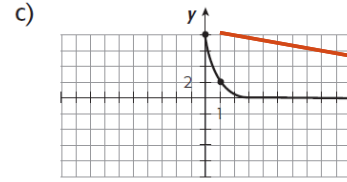
$$-0,5 = a$$

$$f(x) = -0,5x^2$$

Les fonctions quadratiques et exponentielles

4. Détermine la règle des fonctions quadratiques ou exponentielles représentées ci-dessous.

Fonction exponentielle



Valeur
initiale
 $a = 8$

$$b = \frac{2}{8} = 0,25$$

$$f(x) = 8(0,25)^x$$

5. Voici les règles de trois fonctions.

① $f(x) = -2,25(2)^x$

② $g(x) = -2x^2$

③ $h(x) = -0,25(4)^x$

a) détermine la valeur de l'image si la valeur du domaine est de -2 .

①

$$f(x) = -2,25(2)^x$$

$$f(-2) = -2,25(2)^{-2}$$

$$f(-2) = -2,25 \cdot 0,25$$

$$f(-2) = -0,5625$$

②

$$g(x) = -2x^2$$

$$g(-2) = -2(-2)^2$$

$$g(-2) = -2 \cdot 4$$

$$g(-2) = -8$$

③

$$h(x) = -0,25(4)^x$$

$$h(-2) = -0,25(4)^{-2}$$

$$h(-2) = -0,25 \cdot 0,0625$$

$$h(-2) = -0,015625$$

5. Voici les règles de trois fonctions.

① $f(x) = -2,25(2)^x$

② $g(x) = -2x^2$

③ $h(x) = -0,25(4)^x$

b) détermine la valeur de x si y = -18

$$\begin{aligned} f(x) &= -2,25(2)^x \\ -18 &= -2,25(2)^x \\ \frac{-18}{-2,25} &= \frac{-2,25(2)^x}{-2,25} \\ 8 &= (2)^x \\ x &= \frac{\log 8}{\log 2} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= -2x^2 \\ \frac{-18}{-2} &= \frac{-2x^2}{-2} \\ 9 &= x^2 \\ \sqrt{9} &= x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= -0,25(4)^x \\ \frac{-18}{-0,25} &= \frac{-0,25(4)^x}{-0,25} \\ 72 &= (4)^x \\ x &= \frac{\log 72}{\log 4} \\ x &\approx 3,08 \end{aligned}$$

6. Qui aura le plus d'argent dans 15 ans ?

Deux amis se vantent d'avoir fait le meilleur placement. Louis a placé 5 000 \$ à un taux d'intérêt de 5 % par année. Joseph a placé 6 000 \$ à un taux d'intérêt de 3 % par année. N'ayant pas de très bonnes connaissances en mathématique, ils sont incapables de déterminer lequel d'entre eux aura le plus d'argent dans 15 ans ?

Joseph

x : nombre d'années

f(x) : montant d'argent de Joseph (\$)

Louis aura plus d'argent dans 15 ans 😊

$$\begin{aligned} a &= 6000 \\ b &= 100\% + 3\% \\ b &= 103\% \\ b &= 1,03 \\ \text{si } x &= 15 \\ f(x) &= a(b)^x \\ f(15) &= 6000(1,03)^{15} \\ f(15) &= 6000 \cdot 1,55796.. \\ f(15) &= 9\,347,80\$ \end{aligned}$$

6. Qui aura le plus d'argent dans 15 ans ?

Deux amis se vantent d'avoir fait le meilleur placement. Louis a placé 5 000 \$ à un taux d'intérêt de 5 % par année. Joseph a placé 6 000 \$ à un taux d'intérêt de 3 % par année. N'ayant pas de très bonnes connaissances en mathématique, ils sont incapables de déterminer lequel d'entre eux aura le plus d'argent dans 15 ans ?

Louis

x : nombre d'années

f(x) : montant d'argent de Louis (\$)

$a = 5000$

$b = 100\% + 5\%$

$b = 105\%$

$b = 1,05$

$\text{si } x = 15$

$f(15) = 5000(1,05)^{15}$

$f(15) = 5000 \cdot 2,0789..$

$f(15) = 10\,394,64\$$

$f(x) = a(b)^x$

$f(x) = 5000(1,05)^x$

7. Production d'engrais

Voici une table de valeurs qui représente la production d'un engrais en kilogrammes par jour dans une usine selon le nombre de semaines écoulées depuis l'ouverture de l'usine.

La production d'un engrais dans une usine

Nombre de semaines écoulées	0	1	4	6	8	10
Production d'un engrais (kg)	1 000	1200	2 074	2 986	4 300	6 192

a) Quelle est la règle de la fonction exponentielle qui modélise cette situation ?

$a = 1000$

$f(x) = a(b)^x$

$b = \frac{1200}{1000} = 1,2$

$f(x) = 1000(1,2)^x$

7. Production d'engrais

Voici une table de valeurs qui représente la production d'un engrais en kilogrammes par jour dans une usine selon le nombre de semaines écoulées depuis l'ouverture de l'usine.

La production d'un engrais dans une usine

Nombre de semaines écoulées	0	1	4	6	8	10
Production d'un engrais (kg)	1 000	1200	2 074	2 986	4 300	6 192

b) Quelle quantité d'engrais l'usine produira-t-elle dans 20 semaines si l'évolution demeure la même ?

$$f(x) = 1000(1,2)^x$$

Après 20 semaines,
l'usine produira
38 338kg

$$f(20) = 1000(1,2)^{20}$$

$$f(20) = 1000 \cdot 38,3375999 \dots$$

$$f(20) = 38\,338\text{kg}$$